

Научная статья / Research Article
<https://doi.org/10.55959/LPEJ-24-13>
УДК/UDC 372.3, 372.4

Подготовка будущего учителя математики — ключ к изменениям

А.Л. Семенов^{1, 2, 3} ✉, А.Е. Абылкасымова⁴

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация

² Научно-образовательный математический центр Приволжского федерального округа, Институт математики и механики имени Н.И. Лобачевского, Казань, Российская Федерация

³ Российский государственный педагогический университет имени А.И. Герцена, Санкт-Петербург, Российская Федерация

⁴ Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Республика Казахстан

✉ alexei.semenov@math.msu.ru

Резюме

Актуальность. Ключевым элементом качества образования, как и ключевым элементом его развития, является учитель. В мире идут все ускоряющиеся изменения, соответственно, меняется функция системы образования. Сегодня она состоит в подготовке ученика к жизни и работе в будущем мире, следовательно, возрастает важность роли учителя как организатора и мотиватора процесса учения. В настоящей работе рассматривается фигура учителя, готового к изменениям и реализующего их, — студентов-педагогов необходимо готовить именно к такой роли. Изменения в подготовке учителей равно необходимы как в системе подготовки учителей Российской Федерации, так и в Республике Казахстан.

Цель. В статье формулируются основания современного образования для будущих школьных учителей математики — основания, которые отвечают новым целям и задачам математического образования, продиктованным изменениями в самой математике за последний век, изменением ее роли в современном цифровом мире, изменениями самого мира. При этом важнейшим в подготовке учителей математики является преемственность такой подготовки, при которой необходимо учесть будущего учителя не только

основному объему содержания обучения, но в первую очередь тем формам деятельности, которым он будет учить ученика в школе.

Результаты. Необходимо так организовать обучение, чтобы с самого начала их подготовки будущие учителя приходили в школу и работали со школьниками. При этом ядром образования становится решение задач, которые «неизвестно как решать». Существенную роль при современном обучении математике играют цифровые технологии.

Выводы. Сегодня в любой системе образования важна установка учителя на изменения, готовность их принять, поддержать и инициировать. Долг современной системы подготовки учителей как в России, так и в Казахстане — самой быть готовой к изменениям и воспитывать такую готовность в студентах.

Ключевые слова: математическая грамотность, цифровые инструменты математического открытия, неожиданные задачи; задачи, которые «неизвестно как решать», среднее математическое образование, повышение квалификации учителей математики, навыки XXI века

Финансирование. Статья подготовлена при поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан, грант № AP19680007 (руководитель — А.Е. Абылкасымова).

Благодарности. Авторы выражают признательность Виктору Антоновичу Садовничему за постоянную поддержку, внимание к их работе и к общей проблеме развития математического образования в наших странах.

Для цитирования: Семенов, А.Л., Абылкасымова, А.Е. (2024). Подготовка будущего учителя математики — ключ к изменениям. *Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование*, 22(2), 9–28. <https://doi.org/10.55959/LPEJ-24-13>

Training the Future Mathematics Teacher: the Key to Change

Alexei L. Semenov^{1, 2, 3} ✉, Alma E. Abylkassymova⁴

¹ Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

² Scientific and Educational Mathematical Centre of the Volga Federal District, Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan, Russian Federation

³ Herzen University, Saint-Petersburg, Russian Federation

⁴ Abay University, Almaty, Republic of Kazakhstan

✉ alexei.semenov@math.msu.ru

Abstract

Background. The teacher is the key to the quality of education, as well as the key element in its development. The world is undergoing ever accelerating changes; accordingly, the function of the education system, which is to prepare students for life and work in the future world, is changing. Thus, the importance of the teacher's role as an organizer and motivator of the learning process is increasing. This paper examines the figure of a teacher who is ready for changes and implements them. Students of teacher training programmes need to be prepared for this role. Changes in teacher training are equally necessary in the teacher training system both in the Russian Federation and in the Republic of Kazakhstan.

Objectives. The article formulates the foundations of the modern education systems for future school mathematics teachers. These foundations meet the new goals and objectives of mathematics education, associated with the changes in mathematics itself over the last century, changes in its role in the modern digital world, and changes in the world itself. The most important issue in the training of mathematics teachers is its continuity. It is necessary to teach the future teachers not only the main volume of teaching content, but also prepare them for the activities that will be taught to the student.

Results. It is necessary to organize training in such a way that from the very beginning of their training, future teachers would come to school and work with schoolchildren. At the same time, the solution of “do not know how” problems becomes the core of education. Digital technologies play a significant role in modern mathematics teaching.

Conclusions. Today, in any education system, the teacher's attitude towards change as well as the readiness to accept, support and initiate it, is important. The duty of the modern teacher training system, both in Russia and in Kazakhstan, is to be ready for changes and to cultivate such readiness in students.

Key words: mathematical literacy, digital tools for mathematical discovery, challenging problems, “do not know how” problems, secondary mathematics education, mathematics teacher development, 21st century skills

Funding. The article was prepared with the support of the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan, grant No. AP19680007 (lead by A.E. Abylkasymova).

Acknowledgements. The authors express their gratitude to Viktor A. Sadovnichy for his constant support, attention to their work and to the general problem of the development of mathematical education in the two countries.

For citation: Semenov, A.L., Abylkassymova, A.E. (2024). Training the Future Mathematics Teacher: the Key to Change. *Lomonosov Pedagogical Education Journal*, 22(2), 9–28. <https://doi.org/10.55959/LPEJ-24-13>

Введение

Хорошо известно, что ключевым элементом качества образования, как и ключевым элементом его развития, является учитель. Критическим фактором является то, что учитель сегодня — это массовая профессия, куда более массовая, чем, скажем, 150 лет назад. Теперь необходимо готовить не 100 учителей математики, а, например, 100 тысяч.

Независимо от системы образования, в мире идут все ускоряющиеся изменения. Тем самым объективно меняется функция системы образования, состоящая в подготовке ученика к жизни и работе в будущем мире. Если раньше будущий мир (в основном) совпадал с миром вчерашним, то сегодня это не так. Тем не менее нельзя исключить возможность того, что лучшей подготовкой к будущему миру все же является освоение мира вчерашнего. Школа и учитель могут не поддерживать изменения, а проявлять, словами Г.В. Дорофеева, «разумный консерватизм» (Дорофеев, 2006).

Нам, однако, такая позиция представляется нереалистичной. В частности, в области школьного математического образования она приводит к снижению интереса учащихся к изучению математики, качества подготовки выпускников, к понижению уровня выпускников, желающих стать учителями математики.

Поэтому в настоящей работе мы рассматриваем фигуру учителя, готового к изменениям и реализующего их. При этом мы уверены, что именно для учителя математики такая роль наиболее естественна, поэтому считаем, что студентов — будущих педагогов математики необходимо готовить именно к такой роли.

Сегодня, когда имеется огромное множество источников информации, через которое может идти формальное, неформальное и информальное¹ образование, роль учителя как организатора и мотиватора процесса учения не уменьшается, а возрастает.

¹ Согласно классификации ЮНЕСКО, «информальное обучение определяется как формы обучения, которые являются целенаправленными или тщательно спланированными, но не институционализированными. Соответственно, оно менее организовано и менее структурировано, чем формальное или неформальное образование. Информальное обучение может включать учебную деятельность в семье, на рабочем месте, по месту жительства и в повседневной жизни, и направленность его определяется самостоятельно, семьей или социумом. Как формальное

Так, казахстанская система педагогического образования сегодня находится на пути поиска новых современных форм совершенствования подготовки специалистов, в том числе будущих учителей математики. Современные учителя должны не только владеть основами наук, но и быть способными грамотно применить свои знания на базе современных образовательных технологий, направленных на дальнейшее формирование информационной среды в обществе. Вместе с тем подготовка учителя к будущей деятельности заключается не столько в углубленном изучении предмета, но и в умении выработать у обучающихся навыки самостоятельного анализа задач с условием творческого подхода к их решению (Абылкасымова, 2016; Abylkassymova, 2008).

В этой связи возникают вопросы:

- Как учителю соответствовать этой роли?
- Как подготовить учителя к этой роли?

Эти вопросы, как нам кажется, необходимо решать в контексте тех изменений, которые повсеместно идут в современном мире. Очевидно, изменения связаны прежде всего с цифровыми технологиями, во многом порождены ими и опираются на них. Мы показываем, что математическое образование может и должно быть критическим компонентом в обучении и воспитании гражданина XXI в., и ключевую роль в этом играет учитель. При этом ядром образования должно стать решение учеником задач, которые «неизвестно как решать».

Решение задач, которые «неизвестно как решать».
«Задачность» курса математики для школьника и для будущего учителя

В контексте описанных выше изменений заметим, что профессиональной деятельности математика, как и программиста, свойственно постоянное решение *совершенно новых*, неожиданных задач, не похожих на те, которые уже приходилось решать ранее, *задач, которые «неизвестно как решать»* (Barbeau, Taylor, 2009; Семенов, 2023a; 2023b). Сегодня это стало верным и для тех, кто использует математику. Такое использование больше не предполагает вычисления по готовым формулам, как было в докомпьютерную эпоху: теперь это вычисление передано компьютеру. Также и сбор любых данных — экономических, физических, медицинских, маркетинговых — сегодня

и неформальное образование, информальное обучение следует отличать от случайного обучения или несистемного обучения» (Международная..., 2013).

во многом передан компьютеру. И принятие типовых решений, даже касающихся жизни людей (например, на транспорте), все в большем объеме передается искусственному интеллекту. Человеку остается лишь творческая деятельность и *принятие решений в неожиданных ситуациях*.

Если говорить о «взрослой», серьезной исследовательской математике, а точнее, о математиках, то они долгое время «сопротивлялись» цифровизации. Профессиональные «теоретические» математики, с одной стороны, продолжали доказывать новые теоремы, некоторые из которых получали применение в практических вычислениях (конечно, компьютерных). С другой стороны, в своей профессиональной деятельности эти математики оставались в пределах редактора TeX и общепользовательских программных инструментов: доступа к удаленным базам данных научных публикаций (в том числе открытым, таким как arXiv.org²), электронной почте, видеоконференциям, средам создания экранных презентаций и форматирования страниц для публикации. Более того, некоторой модой было (и до некоторой степени остается до сих пор) отрицание возможности использования компьютера в «творческой» математике. Можно провести аналогию с использованием мела и доски вместо экрана.

Однако уже в XXI в. ситуация начала меняться. Математики стали испытывать потребность в том, чтобы в самых сложных и современных разделах своей науки использовать компьютер не только для проверки грамматики родного языка, но и для построения доказательств, где каждый шаг компьютерно верифицирован. Такая верификация может идти, например, в среде Coq, где, в частности, канадский математик Жорж Гонтье построил убедительные доказательства теоремы о четырех красках (Gonthier, 2008), теоремы Фейта — Томсона о простых группах и т.п. Масштабная попытка реформы математики на основе компьютерно проверяемых доказательств была предпринята Владимиром Воеводским (Voevodsky, 2015). В настоящее время — время «интуитивного» искусственного интеллекта и машинного обучения — компьютеры самостоятельно справляются не только со школьными задачками по геометрии (к этому мы вернемся позднее), но и с задачами уровня Международной математической олимпиады (Trinh, Luong, 2024).

² arXiv — служба бесплатного распространения и архив открытого доступа для почти 2,4 млн научных статей. URL: <https://arxiv.org/> (дата обращения: 27.02.2024).

Когда один из авторов данной статьи (А.Л. Семенов) стал ректором Московского педагогического государственного университета, он с удивлением спросил у профессоров математики, как получается, что приходящие в университет выпускники школ имеют в среднем четверку на ЕГЭ в пересчете на обычные баллы, а когда они оканчивают наш университет, то решают ЕГЭ в среднем на тройку. На это был такой ответ: «Мы же их не учим решать школьные задачи. Мы учим их математике». При этом под «обучением математике» подразумевалось не обучение исследованию, открытию новых (для студентов) фактов, а простое запоминание готовых доказательств и алгоритмов из разных нешкольных областей математики. То, что ключевым элементом подготовки учителя должно стать решение задач, — далеко не всем очевидно.

При этом известный тезис великого основателя всей современной дидактики Яна Коменского формулируется однозначно (Komenský, 1895):

Учиться петь — в пении.

Писать — в письме.

Говорить — в говорении.

Поэтому результат обучения математике должен быть сегодня таким — не выполнять ограниченный список алгоритмов и знать наизусть тригонометрические формулы и геометрические теоремы, а уметь решать задачи, которые «неизвестно как решать». К этому мы можем и должны добавить: умение рассуждать в произвольной области, используя логику и вероятность, умение строить и использовать математические модели реальности.

По нашему мнению, основная задача работы с будущим учителем — это дать ему возможность постоянно решать задачи, находящиеся в зоне его ближайшего развития (Л.С. Выготский). Это сегодня должно быть основным форматом учебной деятельности студента педагогического профиля. Если в результате выпускник будет легко решать олимпиадные задачи среднего уровня, то, наверное, ему будет интересно работать в школе, где будет готовиться много «олимпиадников», и этим «олимпиадникам» будет интересно иметь дело с таким учителем. Если у выпускника педвуза будет получаться решать только простенькие задачи из конкурса «Кенгуру», то и это очень хорошо: значит, он/она сможет увлечь математикой даже детей из депривированного микрорайона, из которых, наверное, никто ведущими математиками или программистами в будущем не станет, но с таким учителем они приобретут важный уровень математической

грамотности и культуры, а заодно и интерес к решению задач и к учению. Такому учителю будет проще представить, «что здесь непонятного» для ученика, проще ему помочь, не давая прямой подсказки. Конечно, такой рефлексии тоже нужно учить будущего учителя. В этом и состоит один из важных видов преемственности в обучении математике — учить учителя той деятельности, которой он будет учить ученика.

В следующем разделе мы обоснуем реалистичность решения задач, которые «неизвестно как решать», с точки зрения ресурсов времени ученика. К этому в первую очередь нужно подготовить учителя. Результатом такой подготовки должно быть его умение, но главное — его готовность решать эти задачи и любовь к этому занятию. Важность задачности в подготовке будущих учителей математики, по сравнению с курсами математики других направлений подготовки студентов, — очевидна. Именно решение задач и демонстрация процесса решения, наряду с анализом решений задач другими (и самим собой), работой с ошибками и с обсуждением трудностей, должны стать ядром всей подготовки будущего учителя математики.

Цифровые инструменты в работе ученика и учителя

Мы считаем, что в подготовке будущего учителя математики существенную роль должно играть использование цифровых инструментов — всех тех, о которых мы все много раз слышали, но которые используются в массовой школе только на уроках физики, да и то не везде. Напомним, что еще в 1982 г. была принята рекомендация Министерства просвещения России по использованию калькуляторов на уроках математики как в начальной школе, так и в основной школе (Об использовании... 1982).

Ясно, что наиболее действенный способ что-то изменить в школе в той или иной стране состоит в изменении школьного итогового экзамена или вступительного экзамена в вузы (во многих странах эти экзамены в той или иной мере совмещены).

После упомянутого выше решения прошло более 40 лет, и в сентябре 2023 г. Научно-методический совет по математике Федерального института педагогических измерений Рособнадзора (регулятора Государственной итоговой аттестации в РФ) принял решение рекомендовать возможность использования непрограммируемого калькулятора на Государственной итоговой аттестации основной школы (для девятиклассников), для ЕГЭ одиннадцатиклассников такие изменения не предлагались. Решение именно о 9-х классах —

естественно. Во-первых, разумно уже в основной школе расширять применение калькуляторов с ориентацией на выпускной экзамен в 9-м классе и не откладывать это до 11-го класса. Во-вторых, по естественным причинам изменения в экзаменах за 9-й класс в обществе воспринимаются менее болезненно, чем изменения, относящиеся к ЕГЭ — воротам к поступлению в университеты.

Тем не менее даже решение о калькуляторе на экзамене в 9-м классе вызвало бурную дискуссию, и в декабре 2023 г. оно было отменено (На ОГЭ-2024... , 2023). Использование калькулятора на экзаменах по математике в 9-х и 11-х классах в России по-прежнему невозможно.

В Казахстане, наряду с основной массой школ, работающих по государственным стандартам, существуют и другие школы со своими аттестационными процедурами. Например, казахстанские школы, работающие в рамках программы Международного бакалавриата, используют аттестационные процедуры этой программы, предполагающие возможность использования электронного калькулятора. Но и в основном потоке школ, выпускники которых проходят Единое национальное тестирование (ЕНТ), использование калькулятора возможно — это экранный калькулятор, к которому можно обратиться в ходе экзамена, а экзамен все сдают на компьютере.

Наряду с общей инерционностью системы образования, отказ школ от использования калькулятора на уроках математики, видимо, связан со следующим. Правильность того или иного арифметического вычисления легко проверяется. Корректность вычислений для существенной части класса является понятным достижимым результатом, в отличие от более расплывчатых, многоаспектных навыков вроде решения текстовых задач. Давая в руки ученику калькулятор, мы отбираем у учителя привычную систему целей и технически простой проверки их достижения.

Планируя сегодня подготовку будущего учителя математики как одного из участников образовательного процесса и, возможно, инициатора изменений в нем, необходимо определить и степень использования цифровых технологий в работе студента педагогического вуза. Мы считаем, что такое использование должно соответствовать общей ситуации в мире. Может получиться (и стоит надеяться на это), что к тому моменту, когда учитель придет в класс, уже что-то изменится наконец и цифровые инструменты будут в той же степени легитимны, разрешены в школе, в какой они разрешены сегодня во взрослом мире. Наши студенты должны интенсивно использовать все те средства, все те компьютерные инструменты, которые будут

доступны к этому моменту. Наши представления об этом вошли в Хартию цифрового пути школы³.

Приведем лишь несколько примеров. Как известно, сегодня все задачи из школьного и вузовского учебников по алгебре и анализу могут быть решены компьютером, причем в точности так, как рекомендуют методисты — тот же способ и та же аккуратная запись решения: «Рассмотрим два случая: $x > 0$, $x \leq 0$...». Динамическая геометрия — это мощное средство развития именно геометрической интуиции. «Геогebra» сейчас самый модный продукт, часто до этого школы использовали «Живую геометрию» и др. Но дело не в наименовании и не в динамической математике «Геометрии 1С». Все это продукты с одной и той же идеей: наглядность и геометрический эксперимент действительно оказываются на порядок более эффективными для образования, по существу геометрия становится другой школьной наукой. И конечно, эффективно использование компьютера при решении всех физических задач. Хорошо было бы сегодня дать обо всем этом представление студентам педагогических вузов в процессе их подготовки.

«Высшая», неэлементарная математика в подготовке будущих учителей

Все мы помним программный труд классика математического образования Феликса Клейна «Элементарная математика с высшей точки зрения» (Клейн, 1987), в общеизвестном русском переводе название звучит неточно: «Элементарная математика с точки зрения высшей» (см., например, замечание Л. Б. Окуня (Окунь, 2008)). Независимо от названия, пафос книги Ф. Клейна состоит в том, что подготовка будущего учителя должна выходить за рамки школьного учебника, включать элементы алгебры, геометрии, анализа, непосредственно имеющие отношение к «школьному материалу». Но еще важнее включать в программу обучения учителей темы, связанные с современными применениями математики: не случайно Ф. Клейн включил в свой труд рекомендации по использованию современного для него калькулятора — механического арифмометра. Также Клейн подчеркивал важность наглядности в преподавании математики студентам, а тем более школьникам.

Сегодня содержание математических курсов для будущих учителей математики во многом представляет собой «ослабленное»

³ Хартия цифрового пути школы. URL: <https://rffi.1sept.ru/document/charter> (дата обращения: 27.02.2024).

содержание курсов для математических факультетов университетов (мехматов и матмехов). Но даже это ослабление «не помогает»: как показывает практика, большинство студентов по-настоящему осваивают лишь небольшую часть этой программы.

В то же время сегодня математика стала основой информатики, цифровых технологий, программирования, искусственного интеллекта, моделирования. Используемые здесь разделы высшей математики, выходящей за пределы традиционной школьной математики, полезно осваивать современным студентам. Часть своих знаний они смогут передать школьникам, которым интересно (и полезно) знать, «как работает» цифровой мир.

Замечательное «везение» состоит в том, что объем базовой дискретной математики, нужной для всего спектра цифровых технологий и программирования, не так уж велик. Во многом — это просто начала, «азбука» современной математики, чисто теоретическая часть которой может быть изложена в небольшой книжке. И здесь — смыкание и преемственность с традиционной национальной культурой, занимательными задачами и играми (Семенов и др., 2023).

Стремление к полноте в изложении начал математики для цифрового века в 1960–1980-е гг. привело к появлению такого компендиума, как три, а затем — четыре (вплоть до 2022 г.) тома «Искусства программирования» Дональда Кнута (он же — создатель TeXa), и к его замыслу семитомного «Искусства программирования». Однако именно «Искусство программирования» показывает незначительность объема «программистской» математики по отношению ко всему объему математики.

Интуитивный искусственный интеллект распознавания образов начала XXI в., а вслед за ним — генеративный, творческий искусственный интеллект «востребовали» ряд разделов традиционной, недискретной математики, таких как линейная алгебра, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика. Столь ограниченный выбор инструментов даже породил пренебрежительное отношение части математиков к самой проблематике ИИ. Однако этот выбор еще больше приближает нас к представлениям о подготовке учителей за пределами школьной арифметики и алгебры конца XIX — начала XX в.

Таким образом, учитель, понимающий, «как работает» теорема Байеса, «градиентный спуск», машинное обучение, имеющий опыт использования библиотек и несложного программирования на

Питоне, умеющий показывать и пояснять впечатляющие примеры, будет вызывать сегодня уважение и интерес детей.

Важно еще раз отметить, что искусственный интеллект, как и вообще все цифровые технологии, — это новая реальность, в которой мы живем. И невозможно избежать того, чтобы обсуждать с учителем, как эти инструменты могут использоваться в образовании и вообще в окружающем мире, как избежать вредного и неправильного их использования. Искусственный интеллект сегодня может не только вполне неплохо написать сочинение по русскому языку, истории, но и успешно решать все школьные задачи, в том числе геометрические. Мы понимаем, что уже 30 лет существенная часть домашних заданий выполняется с помощью ГДЗ — готовых домашних заданий из Интернета. И большое количество учителей на это просто не обращают внимания. Наверное, это не очень честно по отношению к нашей собственной профессии, но это отдельный важный вопрос подготовки будущего учителя.

Роль ошибок и безошибочности

100–150 лет назад задача подготовки школьника состояла в том, чтобы он быстро и *безошибочно* решал известные ему типовые задачи, а также в том, чтобы постепенно расширять круг этих задач. На это и сегодня ориентирована большая часть Государственной итоговой аттестации в России. Этому в какой-то степени противостоят олимпиады, но это отдельный вопрос, подробно рассмотренный в наших других работах (Константинов, Семенов, 2021; Семенов, 2023b). В Едином национальном тестировании Республики Казахстан неправильно выбранный ответ дает нулевой результат в решении задачи, а скорость также является критическим параметром.

Акцент сделан именно на безошибочность: «шаг влево, шаг вправо...», ты не сумел быстро и безошибочно решить задачу — значит, не годишься в качестве счетовода, бухгалтера, инженера, землемера, экономиста и т.д. «Все, садись, два». Сейчас ситуация абсолютно противоположная, главным элементом жизни человека становится обратная связь: ты что-то сделал — ты увидел результат, в чем-то этот результат тебя устраивает, в чем-то не устраивает — ты получил обратную связь от окружающей среды, ты на это реагируешь, делаешь следующий шаг, следующую попытку. В этом смысле даже понятие формирующего оценивания (Землянская, 2016) — слишком слабое. Нужно говорить об обратной связи, забыв и про обычное констатирующее оценивание, и про инновационное формирующее

оценивание, — говорить о постоянном диалоге между обучающимся и учителем, между ребенком и творческой, экспериментальной компьютерной средой. Элементами этого диалога также являются функции учителя, которые он передал искусственному интеллекту: ИИ сможет реагировать на рутинные ошибки, а более тонкие и сложные вопросы передавать для обсуждения учителю и ученику, которые в диалоге будут вести решение задачи.

Понятие продуктивной ошибки правильное, оно является шагом вперед по отношению к формирующему оцениванию. Но мы говорим даже не о продуктивной ошибке: это просто действия, которые приводят к тем или иным последствиям, которые нужно анализировать. Симур Паперт, создавший парадигму Лого-образования и философию конструкционизма, считал, что при работе ребенка с черепашкой на экране понятие «ошибки» вообще становится бессмысленным (Papert, Harel, 1990; Семенов, 2017). Более общее и даже нейтральное, эпистемологическое, моральное понятие обратной связи должно стать ключевым в нашей работе. При этом должны фиксироваться и все работы учащихся в цифровой среде, и все элементы обратной связи, которые идут от учителя, и все реплики учащегося. Более того, анализ этого длительного диалога, опять-таки с использованием искусственного интеллекта (как бы мы этого ни пугались), может стать очевидной альтернативой Единого государственного экзамена, потому что это показывает реальную деятельность обучающегося, его понимание тех или иных ситуаций, реакцию на те или иные свои ошибки, те или иные свои действия. А это то, что потребуется от человека в дальнейшем: не безошибочное выполнение стандартных задач, а возможность учиться новому, использовать свои ошибки как продуктивные и т.д. На основании этого мы должны отбирать учащихся в вузы — на основании их учебной истории в течение всех 11 лет обучения. Ничто при этом не отменяет возможность поступить в вуз, если учащийся замечательно напишет олимпиаду или хорошо сдаст Единый государственный экзамен. Но важнее, что он показал свое умение учиться и учитывать обратную связь, для того чтобы поступить в вуз — это важнее, чем любые ЕГЭ/ЕНТ.

Большие идеи

Еще одно направление — это *большие идеи* (Реморенко, 2020). Дело в том, что если мы скажем, что многое можем перепоручить компьютеру, а задачи нашего курса — это решение новых разнообразных задач, готовящих человека, и особенно учителя математики,

к будущему миру, то возникает еще один — классический — вопрос. Что же остается от школьного образования и от образования вообще, когда все, чему тебя научили, ты уже забыл? Наш ответ: это — большие идеи, необходимые для ориентации в современном мире.

Целесообразно обсуждать со студентами, в чем для каждого из них состоят большие идеи математики. Нужно обсуждать и то, как происходит формирование той или иной большой идеи — скажем, «переменной» или «имени и значения», «изменения», «приращения величины», «суммирования изменений» и т.д. И в этом контексте курсы высшей математики, включенные сегодня в программу педагогических вузов, должны стать источником этих больших идей и общих представлений, которые, конечно, полезны как ориентация в мире, а не как конкретные технологии решения тех или иных видов дифференциальных уравнений.

Наконец, к большим «метаидеям» относятся и представления об ошибках, методе «проб и ошибок», об обратной связи в деятельности человека, об учении в течение всей жизни. Все эти идеи могут получить реализацию в работе профессора педагогического университета, в учебной работе студента, его работе в классе и в жизни будущего учителя.

Мы подчеркиваем, как и в других случаях, а для больших идей еще более уверенно, что будущий учитель, выделяя и анализируя освоение им самим больших идей в школе и в университете, должен моделировать и проектировать свою будущую работу в классе, а также помощь ученикам в освоении больших идей.

Будущий учитель в сегодняшнем классе

Еще один необходимый элемент в подготовке учителя, который хотелось бы подчеркнуть, — это работа с детьми. В Московском педагогическом государственном университете мы предлагали студентам самых разных направлений подготовки — и начальной школы, и физики, и математики — прямо с самого начала обучения прийти в школу, даже в детский сад в качестве ассистента учителя, воспитателя. В ситуации реальной работы с детьми студентам становятся понятными те психолого-педагогические теории, которые они изучают в университете, — они отвечают на вопросы, возникающие перед студентом в его работе с классом. В частности, повторение пути ученика начальной школы и наблюдение за конкретными детьми в начальной школе мы считаем совершенно необходимым элементом подготовки будущего учителя математики. Часто встречается

такая позиция даже серьезных, опытных учителей, работающих в основной или в старшей школе: «Но что же можно сделать, когда их в начальной школе не научили?..» И дальше идет пояснение, чему именно их не научили в начальной школе. Давайте попытаемся дать студенту понять, как, чему учится ученик в начальной школе, чему он научается, чему он не научается, как обстоит у него дело с решением повторяющихся или, наоборот, принципиально новых задач. Такие подходы в какой-то степени сегодня реализуются и в Московском городском педагогическом университете. Важным фактором при этом оказывается аудиовидеозапись того, что происходит в классе. Такая запись используется и учителем, и студентом (конечно, без распространения) для обсуждения в рамках учебного процесса в университете.

Такую же позицию занимают преподаватели математики Казахского национального педагогического университета имени Абая, в котором студенты обязательно совмещают обучение математическим дисциплинам с прохождением педагогической практики в школах города Алматы (Абылкасымова, 2018).

Выводы

Вернемся к самому началу. Нужны ли нам изменения в школе, когда в окружающем мире изменения идут все быстрее и быстрее?

Сам по себе тезис о том, что нужно готовить учителя к предполагаемым изменениям, может казаться не таким уж очевидным. Вообще говоря, есть много хороших математиков, успешных методистов и заслуженных профессоров математических факультетов, влиятельных чиновников, которые считают, что надо вернуться к стабильным учебникам, например к учебнику математики А.П. Киселева. Темой настоящей работы является роль учителя математики, а также изменение этой роли при возникновении необходимых в системе образования реформ. Эта роль действительно критическая. Но, как и в других областях, для изменения необходимо сочетание различных факторов. Один из них — это установка и действия власти, прежде всего органов управления образованием.

Общая установка на новую систему ценностей, в частности глобализацию и интернационализацию образования, породила в Республике Казахстан различные изменения. На фоне демографического взрыва и существенного роста финансирования образования образовательные министерства стараются осуществить «реформы сверху» путем жесткого регулирования стандартов и программ. Эти

попытки не всегда оказываются успешными и часто сталкиваются с сопротивлением учителей и их поисками обходных путей.

На фоне этих реформ очагами продуктивного развития оказываются системы частных школ и государственных альтернативных школ, в частности школ для высокомотивированных детей. Сегодня такие системы и в определенной степени школы-новостройки, где фактически все оказывается новым, становятся очагами изменений.

В России, напротив, образовательная власть в основном действует в направлении предотвращения изменений, торможения и обращения вспять уже начавшихся. Один из примеров — ситуация с использованием калькулятора на Государственной итоговой аттестации девятиклассников — рассматривался выше. В России также наблюдается рост и популярность частных школ. Однако на фоне невысокой рождаемости их положение не столь выигрышное, как в Казахстане. Тем не менее ряд этих школ действительно реализует модели будущего образования и поддерживает учителей, реализующих инновационные проекты.

Мы полагаем, что в любой системе образования важна *установка* учителя на изменения, готовность их принять, поддержать и инициировать. В эту установку входит желание и готовность учиться, а также установка на развитие (*growth mindset* (Дуэк, 2013)). Долг современной системы подготовки учителей как в России, так и в Казахстане — самой быть готовой к изменениям и воспитывать такую готовность в студентах.

Список литературы

Абылкасымова, А.Е. (2016). О специально-методической подготовке будущего учителя математики. В сб.: Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе в свете идей Л.С. Выготского: Материалы III междунар. науч. конф. (17–19 ноября, 2016 г.). Под ред. М.В. Егуповой, Л.И. Боженковой. Москва: Изд-во МПГУ.

Абылкасымова, А.Е. (2018). Подготовка учителей математики в Казахском национальном педагогическом университете в условиях обновления содержания школьного образования. В: Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе. Т. 2. Под ред. М.В. Егуповой, Л.И. Боженковой. Калуга: Изд-во АКФ «Политоп».

Дорофеев, Г.В. (Ред.). (2006). Гуманитарно-ориентированное обучение математике: концептуальный аспект. В: Кубышева М.А. Математика. 5–6 классы: Методические материалы к учебникам Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон. 2-е изд., доп. и перераб. Москва: Изд-во «Ювента».

Дуэк, К.С. (2013). Гибкое сознание: новый взгляд на психологию развития взрослых и детей. Москва: Изд-во «Манн Иванов и Фербер».

Землянская, Е.Н. (2016). Формирующее оценивание (оценка для обучения) образовательных достижений обучающихся. *Современная зарубежная психология*, 5(3), 50–58. <https://doi.org/10.17759/jmfp.2015050306>

Клейн, К.Ф. (1987). Элементарная математика с точки зрения высшей. В 2-х томах. Т. 1. Арифметика. Алгебра. Анализ. Под ред. В.Г. Болтянского. 4-е изд. Москва: Изд-во «Наука».

Константинов, Н.Н., Семенов, А.Л. (2021). Результативное образование в математической школе. *Чебышёвский сборник*, 22(1), 413–446.

Международная стандартная классификация образования МСКО 2011. (2013). Институт статистики ЮНЕСКО, Канада.

На ОГЭ-2024 по математике запретят калькуляторы. (2023). ТАСС, 29 декабря 2023 г. URL: <https://tass.ru/obschestvo/19654179> (дата обращения: 27.02.2024).

Об использовании микрокалькуляторов в учебном процессе (Инструктивно-методическое письмо). НИИ содержания и методов обучения АПН СССР и Главное управление школ Министерства просвещения СССР. (1982). *Математика в школе*, (3), 6–8.

Окунь, Л.Б. (2008). Теория относительности и теорема Пифагора. *Квант*, (5), 3–10.

Реморенко, И.М. (2020). Новое содержание образования — Идея больших идей. АНО «Институт проблем образовательной политики “Эврика”». URL: <https://eurekanet.ru/tpost/sbd8d7lduk-igor-remorenko-novoe-soderzhanie-obrazov>

Семенов, А.Л. (2017). Симор Паперт и мы. Конструкционизм — образовательная философия XXI века. *Вопросы образования*, (1), 269–294.

Семенов, А.Л. (2023а). Задачи, которые «неизвестно-как-решать», в современной школе цифрового мира. Ценностные основы развития российского образования: теория и практика. Под ред. В. П. Борисенкова, РАО М. Л. Левицкого. Российская академия образования. Москва: Изд-во «Макс-Пресс».

Семенов, А.Л. (2023б). О продолжении российского математического образования в XXI веке. *Вестник Московского университета. 20 серия. Педагогическое образование*, 21(2), 7–45.

Семенов, А.Л., Абылкасымова, А.Е., Поликарпов, С.А. (2023). Основания математического образования в цифровой век. Доклады РАН. *Математика, информатика, процессы управления*, 511(1), 3–12.

Abylkassymova, A.E. (2008). On Mathematical-Methodical Training Of Future Mathematics Teacher In The Conditions Of Content Updating Of School Education. *Modern Journal of Language Teaching Methods (MJLTM)*, 8(3), 411–414.

Barbeau, E.J., Taylor, P.J. (Eds.). (2009). *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom*. New York: Springer Publ.

Gonthier, G. (2008). Formal Proof — The Four-Color Theorem. *Notices of the American Mathematical Society*, 55(11), 1382–1393.

Komenský, J.A. (1895). *Spicilegium Didacticum (Didaktické Klasobranie)*. Amsterdam: K. Salva Publ.

Papert, S., Harel, I. (1990). Situating constructionism. In: Harel (Ed.), *Constructionist learning*. Cambridge, MA: MIT Media Laboratory. URL: <http://www.papert.org/articles/SituatingConstructionism.html>

Trinh, T., Luong, T. (2024) AlphaGeometry: An Olympiad-level AI system for geometry. Google DeepMind, 17 January 2024. URL: <https://deepmind.google/discover/blog/alphageometry-an-olympiad-level-ai-system-for-geometry/> (дата обращения: 27.02.2024).

Voevodsky, V. (2015). An experimental library of formalized Mathematics based on the univalent foundations. *Mathematical Structures in Computer Science*, 25(5), 1278–1294.

References

Abylkassymova, A.E. (2008). On Mathematical-Methodical Training Of Future Mathematics Teacher In The Conditions Of Content Updating Of School Education. *Modern Journal of Language Teaching Methods (MJLTM)*, 8(3), 411–414.

Abylkassymova, A.E. (2016). On the special methodological training of a future mathematics teacher. In: M.V. Egupova, L.I. Bozhenkova (Eds.), Current problems of teaching mathematics at school and university in the light of the ideas of L.S. Vygotsky: Materials of the III International. scientific Conf. (November 17–19, 2016). Moscow: MSPU. (In Russ.).

Abylkassymova, A.E. (2018). Training of mathematics teachers at the Kazakh National Pedagogical University in the context of updating the content of school education. In: M.V. Egupova, L.I. Bozhenkova (Eds.), Current problems in teaching mathematics and computer science at school and university. Vol. 2. Kaluga: Publishing house AKF “Politop”, (pp. 8–13). (In Russ.).

Barbeau, E.J., Taylor, P.J. (Eds.). (2009). *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom*. New York: Springer New York.

Calculators will be banned at the OGE 2024 in mathematics. (2023). TASS, December 29, 2023. URL: <https://tass.ru/obschestvo/19654179> (access date: 02.27.2024). (In Russ.).

Dorofeev, G.V. (Ed.). (2006). Humanities-oriented teaching of mathematics: conceptual aspect. In: Kubysheva M.A. Mathematics. Grades 5–6: Methodological materials for textbooks by G.V. Dorofeeva, L.G. Peterson. 2nd ed., add. Moscow: Publishing house “Yuventa”. (In Russ.).

Dweck, C.S. (2013). *Mindset: The New Psychology of Success*. Moscow: Mann, Ivanov and Ferber Publ. (In Russ.).

Gonthier, G. (2008). Formal Proof — The Four-Color Theorem. *Notices of the American Mathematical Society*, 55(11), 1382–1393.

International Standard Classification of Education ISCED 2011. (2013). UNESCO Institute of Statistics, Canada.

Klein, F. (1987). Elementary mathematics from a higher point of view: in 2 volumes. Vol. 1. Arithmetic. Algebra. Analysis. 4th ed. In: V.G. Boltyansky (Ed.). Moscow: Nauka Publ. (In Russ.).

Komenský, J.A. (1895). *Spicilegium Didacticum (Didaktické Klasobranie)*. Amsterdam: K.Salva.

Konstantinov, N.N., Semenov, A.L. (2021). Effective education in a mathematics school. *Chebyshevskii Sbornik (Chebyshev Collection)*, 22(1), 413–446. (In Russ.).

Okun', L.B. (2008). Theory of relativity and Pythagorean theorem. *Kvant (Quantum)*, (5), 3–10. (In Russ.).

On the use of microcalculators in the educational process (Instructional and methodological letter). Research Institute of Contents and Methods of Teaching of the Academy of Pedagogical Sciences of the USSR and the Main Directorate of Schools of the Ministry of Education of the USSR. (1982). *Matematika v Shkole (Mathematics at School)*, (3), 6–8. (In Russ.).

Papert S., Harel, I. (1990). Situating constructionism. In: Harel (Ed.), *Constructionist Learning*. Cambridge, MA: MIT Media Laboratory. URL: <http://www.papert.org/articles/SituatingConstructionism.html>

Remorenko, I.M. (2020). New content of education — The idea of big ideas. ANO “Institute for Problems of Educational Policy “Eureka”. URL: <https://eurekanet.ru/tpost/sbd8d7lduk-igor-remorenko-novoe-soderzhanie-obrazov>

Semenov, A.L. (2017). Seymour Papert and us. Constructionism is an educational philosophy of the 21st century. *Voprosy Obrazovaniya (Educational Studies)*, (1), 269–294. (In Russ.).

Semenov, A.L. (2023b). On the continuation of Russian mathematics education in the XXI century. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 20. Pedagogicheskoe obrazovanie (Lomonosov Pedagogical Education Journal)*, 21(2), 7–45. (In Russ.).

Semenov, A.L. (2023a). Problems “not known how to solve” in the modern school of the digital world. *Value foundations for the development of Russian education: theory and practice*. Ed. V.P. Borisenkov, M.L. Levitsky. Russian Academy of Education. Moscow: MAX Press.

Semenov, A.L., Abylkassymova, A.E., Polikarpov, S.A. (2023). Foundations of mathematics education in the digital age. *Doklady RAN. Matematika, Informatika, Protsessy Upravleniya (Reports of the Russian Academy of Sciences. Mathematics, Computer Science, Management Processes)*, 511(1), 3–12. (In Russ.).

Trinh, T., Luong, T. (2024) AlphaGeometry: An Olympiad-level AI system for geometry. Google DeepMind, 17 January 2024. URL: <https://deepmind.google/discover/blog/alphageometry-an-olympiad-level-ai-system-for-geometry/> (access date: 27.02.2024).

Voevodsky, V. (2015). An experimental library of formalized Mathematics based on the univalent foundations. *Mathematical Structures in Computer Science*, 25(5), 1278–1294.

Zemlyanskaya, E.N. (2016). Formative assessment (assessment for learning) of students' educational achievements. *Modern foreign psychology*, 5(3), 50–58. <https://doi.org/10.17759/jmfp.2015050306>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Алексей Львович Семенов, академик РАН и РАО, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической логики и теории алгоритмов МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация; главный научный сотрудник Научно-образовательного математического центра Приволжского федерального округа Института математики и механики имени Н.И. Лобачевского, Казань, Российская Федерация; главный научный сотрудник регионального научного центра Российской академии образования в Северо-Западном федеральном округе на базе РГПУ имени А.И. Герцена, Санкт-Петербург, Российская Федерация, alexei.semenov@math.msu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1785-2387>

Алма Есимбековна Абылкасымова, академик РАО, доктор педагогических наук, профессор, академик Национальной академии наук Республики Казахстан, директор Центра развития педагогического образования, заведующая кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета имени Абая, Алматы, Республика Казахстан, aabylkassymova@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1845-7984>

ABOUT THE AUTHORS

Alexei L. Semenov, Academician of the Russian Academy of Sciences and of the Russian Academy of Education, Professor, Dr. Sci. (Mathematics), Head of the Department of Mathematical Logic and Theory of Algorithms, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation; Chief Researcher, Scientific and Educational Mathematical Centre of the Volga Federal District, Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan, Russian Federation; Chief Researcher, Regional Scientific Centre of the Russian Academy of Education in the North-Western Federal District on the basis of the Herzen University, Saint-Petersburg, Russian Federation, alexei.semenov@math.msu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1785-2387>

Alma E. Abylkassymova, Academician of the Russian Academy of Education, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Dr. Sci. (Pedagogy), Professor, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Director of the Centre for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Informatics, Abay University, Almaty, Republic of Kazakhstan, aabylkassymova@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1845-7984>

Поступила: 09.05.2024; получена после доработки: 21.05.2024; принята в печать: 05.06.2024

Received: 09.05.2024; revised: 21.05.2024; accepted: 05.06.2024